МІНІСТЕРСТВО ОХОРОНИ ЗДОРОВ'Я УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ МЕДИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет: Фармацевтичний
Кафедра фізіології та біофізики

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з науково-педагогічної роботи

_____
Едуард БУРЯЧКІВСЬКИЙ
02 вересня 2024 року

МЕТОДИЧНА РОЗРОБКА ДО ЛЕКЦІЙ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «БІОФІЗИКА З ФІЗИЧНИМИ МЕТОДАМИ АНАЛІЗУ»

Рівень вищої освіти: другий (магістерський)
Галузь знань: 22 «Охорона здоров'я»
Спеціальність: 226 «Фармація, промислова фармація»
Освітньо-професійна програма: Фармація

Одеса – 2024

Затверджено:

Засіданням кафедри фізіології та біофізики
Одеського національного медичного університету

Протокол № 1 від 26 серпня 2024 року

Завідувач кафедри _____ Леонід Годлевський

Розробники:

завідуючий кафедри, д.мед.н., проф. Годлевський Л.С.
доцент кафедри, к.ф.-м.н., Жуматій П.Г.
завуч кафедри, магістр, ст.викл. Марченко С.В.

Лекція № 1

Тема: Механічні хвилі. Акустика. Фізика слуху.

Мета: Подати узгоджене уявлення про механічні хвилі як процес перенесення збурення в пружному середовищі; ввести базові характеристики хвилі та зв'язки між ними; пояснити фізичні основи акустики як розділу про звук; описати елементи фізики слуху — від формування звукового сигналу до механічного й нейросенсорного етапів сприйняття.

Основні поняття: механічне збурення, пружне середовище, хвильовий процес, поздовжні та поперечні хвилі, гармонічна хвиля, амплітуда, період, частота, фаза, довжина хвилі, швидкість поширення, хвильове рівняння (якісно), інтенсивність, звуковий тиск, рівень звуку (децибел), спектр, тембр, інфразвук та ультразвук, інтерференція, стоячі хвилі, резонанс, акустичний імпеданс (якісно), коефіцієнти відбиття і проходження (за інтенсивністю), доплерівський ефект, зовнішнє/середнє/внутрішнє вухо, барабанна перетинка, слухові кісточки, завитка, базилярна мембрана, орган Корті, тонопія.

Зміст навчального матеріалу з даної теми

Механічні хвилі — це спосіб «передачі події» в просторі без перенесення речовини як цілого. У хвильовому процесі в середовищі поширюється збурення: локальний стан (зміщення частинок, тиск, густина, напруження) змінюється в часі так, що ця зміна передається далі. Саме тому хвиля є феноменом середовища: без матеріального або квазіпружного носія механічної хвилі не існує. На відміну від цього, електромагнітні хвилі можуть поширюватися у вакуумі, але це інша фізика.

Акустика — це частина фізики хвиль, що розглядає звук: хвильові процеси в газах, рідинах і твердих тілах у діапазоні частот, що можуть викликати слухові відчуття або, ширше, створюють коливання тиску, здатні взаємодіяти з матеріальними об'єктами. Фізика слуху додає до акустики ще один рівень: опис того, як механічний сигнал перетворюється у біологічно значущу інформацію, проходячи через механічні ланки вуха та через сенсорні структури внутрішнього вуха.

Механічна хвиля є процесом, у якому збурення стану середовища поширюється в просторі з певною швидкістю. Важливо, що у хвилі не переноситься речовина як ціле: частинки середовища здійснюють коливання поблизу положень рівноваги, а переноситься енергія і сигнал. Математично це означає, що існує поле величини, яка описує локальний стан середовища, і це поле задовольняє хвильовому типу рівнянь у лінійному наближенні.

Для акустики природним є два типи полів. Перше — зміщення частинок $\xi(x,t)$ (або вектор зміщення $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{r},t)$). Друге — звуковий тиск $p(\mathbf{r},t)$, тобто мала зміна тиску відносно рівноважного значення. Для поздовжніх звукових хвиль у газах і рідинах ці величини пов'язані між собою через властивості середовища.

Механічна хвиля як поширення збурення

Для механічної хвилі важливі дві ідеї: локальність взаємодії та пружність. Локальність означає, що частинка середовища «відчуває» найближчих сусідів: якщо одну ділянку збурити, виникають пружні сили, які тягнуть систему до рівноваги, але через інерцію виникає коливальний процес. Пружність означає, що деформація породжує відновлювальні сили, тому збурення не «зникає миттєво», а переходить у рух. Інерція означає, що середовище не може миттєво зупинитися в рівновазі. Комбінація пружності та інерції і створює можливість для хвильового переносу збурення.

У найпростішій картині можна уявити ланцюжок однакових мас, з'єднаних пружинами. Якщо одну масу змістити і відпустити, вона почне коливатись і через пружини

«потягне» сусідів. Так виникає передача коливання уздовж ланцюжка. Цей образ корисний, бо він пояснює принцип: хвиля переносить енергію та інформацію, але середовище в середньому не переноситься разом із хвилею на далекі відстані.

Хвильове рівняння як лінійна модель

Хвиля в одновимірному випадку описується хвильовим рівнянням

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = u^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2},$$

де u — швидкість поширення збурення в даному середовищі. Це рівняння є наслідком двох складових: інерційності (друга похідна за часом) і пружності (друга похідна за координатою). Його принциповий зміст у тому, що прискорення локальної ділянки середовища визначається кривиною просторового профілю збурення.

Загальний вигляд біжної хвилі, що поширюється вправо, має форму

$$\xi(x,t) = F(x - ut),$$

а хвиля, що поширюється вліво,

$$\xi(x,t) = G(x + ut).$$

Це компактний спосіб записати «профіль, який переноситься» без зміни форми в ідеальному (невтратному) середовищі.

Поздовжні та поперечні хвилі

Механічні хвилі класифікують за напрямком коливань частинок відносно напрямку поширення хвилі.

У поздовжній хвилі коливання відбуваються вздовж напряму поширення. Саме такими є звукові хвилі в повітрі: локальний тиск і густина періодично зростають і зменшуються, утворюючи чергування стисків і розріджень.

У поперечній хвилі коливання відбуваються перпендикулярно до напряму поширення. Класичний приклад — хвиля на натягнутій струні. У рідинах і газах поперечні хвилі в об'ємі зазвичай не поширюються, бо ці середовища практично не чинять опору зсуву в статичному наближенні. Натомість у твердих тілах можливі і поздовжні, і поперечні хвилі, що має значення для ультразвукової діагностики, де хвилі проходять крізь тканини, кістки, рідини з різними властивостями.

Гармонічна хвиля і параметри хвилі

Для опису хвильового процесу зручно вводити модель гармонічної хвилі. Її значення не в тому, що «всі хвилі синусоїдні», а в тому, що гармонічні компоненти є базовими «цеглинками» для складніших сигналів.

Гармонічна хвиля характеризується амплітудою A (максимальним відхиленням), періодом T (часом одного коливання), частотою f (кількістю коливань за секунду), причому

$$f = \frac{1}{T}.$$

Довжина хвилі λ — відстань, на яку повторюється форма хвилі в просторі, а швидкість поширення хвилі u пов'язана з частотою та довжиною хвилі співвідношенням

$$u = \lambda f.$$

Це співвідношення відокремлює два типи причин: частота визначається джерелом коливань, а швидкість визначається середовищем. Довжина хвилі є результатом їхньої комбінації.

Окрім цього, вводять фазу. Фаза дозволяє говорити не лише «яка амплітуда», а «на якій стадії коливання перебуває точка середовища». Фазові співвідношення стають вирішальними при інтерференції та стоячих хвилях.

Гармонічна хвиля, фаза, хвильове число, кутова частота

Найважливішою елементарною моделлю є гармонічна хвиля

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

Тут A — амплітуда, ω — кутова частота, k — хвильове число, φ_0 — початкова фаза. Частота f та період T задаються як

$$f = \frac{1}{T}, \qquad \omega = 2\pi f.$$

Довжина хвилі λ пов'язана з хвильовим числом співвідношенням

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Швидкість поширення фази (фазова швидкість) визначається як

$$u = \frac{\omega}{k} = \lambda f.$$

Ці зв'язки — каркас хвильового опису: вони пояснюють, що частота задається джерелом, швидкість — середовищем, а довжина хвилі є «геометричним наслідком» їхнього поєднання.

Швидкість звуку і що її визначає

Швидкість звуку не є універсальною сталою: вона залежить від властивостей середовища. Фізично це означає, що збурення поширюється тим швидше, чим легше середовище «відновлює» рівновагу (вища пружність) і тим повільніше, чим важче «розігнати» середовище (вища густина). Якісно швидкість звуку зростає при зростанні пружних властивостей і зменшується при зростанні густини.

Тому звук у твердих тілах, як правило, поширюється швидше, ніж у рідинах, а в рідинах — швидше, ніж у газах. У практиці це пояснює, чому акустична взаємодія між різними середовищами (повітря–тканина, тканина–кістка) супроводжується відбиттям і заломленням хвиль: різні середовища мають різні умови поширення.

Швидкість звуку через пружні властивості середовища

Швидкість звуку в середовищі визначається співвідношенням між «пружним відновленням» і інерційністю. Для рідини або газу в адіабатичному наближенні

$$u = \sqrt{\frac{K}{\rho}},$$

де K — модуль об'ємної пружності (модуль стиску). Іноді вводять стисливість β, де

$$\beta = \frac{1}{K}, \qquad u = \frac{1}{\sqrt{\rho\beta}}.$$

Ці формули — математичний вираз простого фізичного правила: більша пружність дає більшу швидкість, більша густина — меншу.

Поздовжня звукова хвиля: звуковий тиск і швидкість частинок

Для звуку в газі чи рідині зручно описувати не лише зміщення ξ, а й швидкість частинок середовища

$$v(x,t) = \frac{\partial \xi}{\partial t}.$$

Звуковий тиск $p(x,t)$ (мала зміна тиску) у лінійному наближенні пов'язаний із деформацією, а в біжній хвилі — зі швидкістю частинок. Для плоскої біжної хвилі виконується співвідношення

$$p(x,t) = Z\, v(x,t),$$

де Z — акустичний імпеданс середовища. Для рідин і газів у простій моделі

$$Z = \rho u,$$

де ρ — густина середовища, u — швидкість звуку. Ця формула важлива концептуально: вона показує, що «опір» середовища акустичному руху визначається одночасно інерційністю (ρ) і швидкістю поширення збурення (u).

Для гармонічної хвилі

$$v(x,t) = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -A\omega \sin(\omega t - kx + \varphi_0),$$

і, відповідно, амплітуда швидкості частинок дорівнює $v_0 = A\omega$. Амплітуда звукового тиску тоді

$$p_0 = Z v_0 = \rho u\, A\omega.$$

Звуковий тиск, інтенсивність та шкала децибел

Звук в газі та рідині проявляється передусім як змінний тиск. Тому вводять звуковий тиск p — малу зміну тиску відносно атмосферного, яка коливається з часом.

Інтенсивність звуку — це потік енергії через одиницю площі за одиницю часу. Інтенсивність зростає з амплітудою коливань, але не лінійно: енергія хвилі пропорційна квадрату амплітуди. Саме через це для опису «гучності» зручно використовують логарифмічну шкалу.

Рівень звуку в децибелах визначають як логарифм відношення інтенсивності до деякого опорного значення:

$$L = 10 \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right).$$

Децибел тут не «одиниця інтенсивності», а одиниця *рівня*, тобто логарифмічного порівняння. Логарифмічна шкала корисна, бо людське сприйняття гучності в широкому діапазоні наближено логарифмічне, а також тому, що інтенсивності можуть відрізнятися на багато порядків.

Енергетика звуку: інтенсивність і енергетична густина

Акустична хвиля переносить енергію. Інтенсивність I визначається як середня за часом потужність, що проходить через одиницю площі. Для плоскої гармонічної хвилі існує стандартний зв'язок між інтенсивністю, амплітудою тиску та імпедансом:

$$I = \frac{p_0^2}{2Z}.$$

Через $Z = \rho u$ це можна записати як

$$I = \frac{p_0^2}{2\rho u}.$$

Також інтенсивність можна виразити через амплітуду швидкості частинок:

$$I = \frac{Z v_0^2}{2}.$$

Ці формули показують, що інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди: збільшення амплітуди вдвічі збільшує інтенсивність у чотири рази.

Енергетична густина (енергія в одиниці об'єму) для гармонічної хвилі складається з «кінетичної» та «пружної» частин і в середньому пропорційна p_0^2. У якісному сенсі цього достатньо: більший тиск — більша енергія і більший енергетичний потік.

Децибел як логарифмічна шкала рівня

Для опису рівня звуку вводять логарифмічні величини. Рівень інтенсивності:

$$L_I = 10 \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ дБ}.$$

Якщо використовується звуковий тиск, то рівень звукового тиску задають як

$$L_p = 20 \log_{10}\left(\frac{p_{\text{rms}}}{p_0^{(\text{ref})}}\right) \text{ дБ},$$

де p_{rms} — середньоквадратичне значення тиску, а $p_0^{(\text{ref})}$ — опорний тиск. Подвоєння логарифмічного коефіцієнта (20 замість 10) з'являється через те, що інтенсивність пропорційна квадрату тиску.

Сферична хвиля і закон спадання інтенсивності з відстанню

Для джерела, що випромінює приблизно сферично, хвиля на великих відстанях має інтенсивність, що спадає як обернено пропорційно квадрату відстані. Якщо потужність випромінювання P розподіляється по сфері площі $4\pi r^2$, то

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}.$$

Це геометричний ефект розтікання енергії в просторі. Він пояснює, чому звук швидко «слабшає» при віддаленні навіть без урахування поглинання в середовищі.

Частота, спектр і тембр

Слуховий аналіз не зводиться до «гучно/тихо». Суттєвими є частота (що пов'язують із висотою тону) та спектральний склад (що пов'язують із тембром).

Чистий тон у фізиці — це гармонічне коливання однієї частоти. Реальні звуки майже завжди складні: містять основну частоту та набір обертонів (гармонік), а також шумову складову. Спектр — це розклад сигналу за частотами: які частоти присутні і з якими амплітудами. Тембр — це сприйняття, що визначається спектром і його часовою еволюцією (атака, затухання), навіть якщо висота тону та гучність однакові.

Відбиття та проходження на межі середовищ

На межі двох середовищ звук частково відбивається, частково проходить. Причина — різниця акустичних імпедансів. Для нормального падіння плоскої хвилі амплітудний коефіцієнт відбиття за тиском:

$$r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}.$$

Амплітудний коефіцієнт проходження за тиском:

$$t = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}.$$

Коефіцієнти за інтенсивністю (частка енергії) мають вигляд

$$R = r^2, \qquad T = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2},$$

причому для невтратного і нормального випадку виконується $R + T = 1$. Ці формули критично важливі для фізики слуху: межа повітря–рідина має дуже різні імпеданси, тому без узгодження енергія погано передавалася б у внутрішнє вухо.

Інтерференція, стоячі хвилі та резонанс

Коли в одній точці простору зустрічаються дві хвилі, їхні збурення додаються. Це явище називається інтерференцією. При узгодженні фаз відбувається підсилення, при протифазі — послаблення. Інтерференція не є «зникненням енергії»: енергія перерозподіляється в просторі.

Стояча хвиля виникає, коли хвиля інтерферує зі своєю відбитою копією. У такій картині з'являються вузли (де коливання мінімальні) та пучності (де коливання максимальні). Стоячі хвилі важливі для розуміння резонансу в трубах, порожнинах, корпусах приладів і, ширше, для розуміння того, чому певні частоти «підсилюються» геометрією.

Резонанс — це різке зростання амплітуди коливань при наближенні частоти зовнішньої дії до власної частоти системи. У акустиці резонанс визначає ефективність випромінювання та сприйняття, а в біологічних системах резонансні ефекти можуть бути як корисними (підсилення сигналу), так і небажаними (вібраційні навантаження).

Ультразвук і його фізичний зміст

Ультразвук — це механічні хвилі з частотами вище верхньої межі чутності людини. Фізично це той самий хвильовий процес, але коротша довжина хвилі за тієї ж швидкості. Це важливо, бо просторове розрізнення в багатьох методах пов'язане з довжиною хвилі: коротші хвилі «бачать» дрібніші деталі. Водночас ультразвук сильніше взаємодіє з неоднорідностями і може сильніше поглинатися залежно від середовища, що пояснює обмеження глибини проникнення та появу нагрівання.

Доплерівський ефект

Якщо є відносний рух джерела й спостерігача, спостережувана частота змінюється. Для руху спостерігача зі швидкістю v_o у напрямку на джерело:

$$f' = f\left(1 + \frac{v_o}{u}\right).$$

Для руху джерела зі швидкістю v_s у напрямку до спостерігача:

$$f' = f\frac{u}{u - v_s}.$$

У цих формулах u — швидкість звуку. Доплерівський ефект важливий як загальний принцип хвильової фізики; у медицині він використовується у доплерографії, хоча там хвилі ультразвукові.

Фізика слуху: перетворення механічного сигналу в сенсорний

Слуховий аналізатор умовно поділяють на зовнішнє, середнє та внутрішнє вухо. У фізичній інтерпретації це послідовність пристроїв, що здійснюють приймання, узгодження та спектральний аналіз механічного сигналу.

Зовнішнє вухо (вушна раковина і слуховий прохід) виконує роль приймача і частково — акустичного фільтра. Геометрія проходу створює частотну вибірковість, тому різні діапазони частот підсилюються або послаблюються.

Середнє вухо (барабанна перетинка та слухові кісточки) виконує ключову фізичну функцію узгодження. Повітря має низький акустичний опір, рідина у внутрішньому вусі — значно вищий. Без узгодження значна частина енергії відбивалася б на межі повітря–рідина. Система кісточок разом із площею барабанної перетинки і стремінця підвищує тиск і забезпечує ефективнішу передачу енергії у внутрішнє вухо. Це класичний приклад «трансформатора» в механічному сенсі: не електрика, а механічне узгодження параметрів.

Внутрішнє вухо (завитка) здійснює тонкий механічний аналіз частот. Всередині завитки хвиля в рідині викликає коливання базилярної мембрани, причому різні ділянки мембрани мають різні механічні властивості і, відповідно, по-різному резонують на різні частоти. Це створює просторовий розподіл частоти — тонопію. Таким чином, спектральний аналіз звуку частково виконується механікою, ще до нейронної обробки.

На базилярній мембрані розташований орган Корті з волосковими клітинами. Коливання мембрани спричиняє згинання стереоцилій, що відкриває іонні канали й запускає електрохімічний сигнал. Фізично це перетворення механічної деформації у зміну електричних параметрів клітини — сенсорна трансдукція.

Узгоджений ланцюг «тискова хвиля в повітрі → механіка барабанної перетинки → важільно-узгоджувальна передача → хвиля в рідині завитки → частотна селекція базилярної мембрани → робота волоскових клітин» пояснює, чому слух є і механічним, і біофізичним процесом водночас.

Фізика слуху: механічний тракт і узгодження імпедансів

Слухова система реалізує послідовність механічних перетворень. На вході існує звуковий тиск у повітрі $p_{\text{air}}(t)$. Він діє на барабанну перетинку, викликаючи її коливання. Коливання передаються системі слухових кісточок і далі — до стремінця, який діє на овальне вікно і створює тискову хвилю в рідині завитки.

Ключовий фізичний момент — узгодження. На межі повітря–рідина імпеданси істотно різні, і без узгоджувального механізму коефіцієнт проходження

$$T = \frac{4Z_{\text{air}}Z_{\text{liq}}}{(Z_{\text{air}} + Z_{\text{liq}})^2}$$

був би малим. Середнє вухо підвищує ефективність передачі двома механізмами: різницею площ (барабанна перетинка має більшу ефективну площу, ніж овальне вікно) і важільною дією кісточок. У простій моделі приріст тиску можна описати як

$$\frac{p_{\text{oval}}}{p_{\text{eardrum}}} \approx \frac{A_{\text{eardrum}}}{A_{\text{oval}}}\,G,$$

де A_{eardrum} — ефективна площа барабанної перетинки, A_{oval} — площа овального вікна, G — важільний коефіцієнт кісточок (якісно). Механічний зміст у тому, що сила передається на меншу площу, отже тиск зростає.

Завитка і тонопія: механічний спектральний аналіз

У завитці формується хвиля в рідині, яка збуджує коливання базилярної мембрани. Модельно базилярну мембрану можна уявляти як розподілену систему з змінними параметрами жорсткості та маси вздовж довжини. У найпростішій локальній моделі елемент мембрани поводиться як демпфований осцилятор:

$$m(x)\,\ddot{y} + \gamma(x)\,\dot{y} + k(x)\,y = F(x,t),$$

де y — локальне зміщення мембрани, $m(x)$, $\gamma(x)$, $k(x)$ — ефективні параметри, що змінюються вздовж координати x, а $F(x,t)$ — збуджувальна дія хвилі рідини. Власна кутова частота локального осцилятора:

$$\omega_0(x) = \sqrt{\frac{k(x)}{m(x)}}.$$

Оскільки $\omega_0(x)$ змінюється вздовж мембрани, різні частоти максимуму відповіді виникають у різних місцях. Це і є механічна основа тонопії.

Згинання стереоцилій волоскових клітин перетворює механічне коливання у зміну електрохімічного стану клітини. У фізичній мові це трансдукція: механічна деформація → відкриття іонних каналів → рецепторний потенціал → нервові імпульси.

Смислові акценти для підсумку

Хвильове рівняння задає лінійну модель поширення збурення. Гармонічні хвилі формують базис опису реальних сигналів. Акустичні величини p, v, Z, I дозволяють пов'язати механіку середовища з енергетикою та з практичними шкалами вимірювання. Межі середовищ і різниця імпедансів визначають відбиття та проходження. Слуховий апарат реалізує ефективне узгодження імпедансів і механічний спектральний аналіз у завитці.

Перелік навчально-методичної літератури

Основна

1. Медична та біологічна фізика: підручник для студ. вищих мед. (фарм.) навч. заклад. / [О.В. Чалий, Я.В. Цехмістер, Б.Т. Агапов та ін.]; за ред. проф. О.В. Чалого. — Вид. 2-ге. — Вінниця: Нова Книга, 2017. — 528 с. — ISBN 978-966-382-608-0.
2. Physics in Biology and Medicine / Paul Davidovits. — 5th ed. — Academic Press (Elsevier), 2018. — ISBN 9780128137718.
3. Радіологія: підручник / С.Ю. Кравчук. — [Видавництво «Медицина»], 2019. — 296 с. — ISBN 978-617-505-744-5.

Додаткова

1. Медична та біологічна фізика: навч. посіб. / [В.П. Марценюк та ін.]. — Тернопіль: ТДМУ, 2012. — 303 с. — ISBN 978-966-673-193-0.
2. Медична фізика: Підручник. Т. 1. Динамічні і статистичні моделі / Л.А. Булаваін, Л.Г. Гречко, Л.Б. Лерман, А.В. Чалий; за ред. Л.А. Булаваіна. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2011. — 478 с.

3. Медична фізика: Підручник. Т. 2. Експеримент у медичній фізиці / Л.А. Булаваін, О.Ю. Актан, Ю.Ф. Забашта та ін.; за ред. Л.А. Булаваіна. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2011. — 312 с.
4. Тарновська А.В. Практикум з біофізики: навч. посіб. / А.В. Тарновська, М.Б. Галан, Н.П. Головчак, М.В. Бура, Д.І. Санагурський. — Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. — 182 с.
5. Intermediate Physics for Medicine and Biology / Russell K. Hobbie, Bradley J. Roth. — 5th ed. — Springer, 2015. — ISBN 978-3-319-12681-4.
6. Biophysics: An Introduction / Roland Glaser. — Springer, 2012.
7. Membrane Structural Biology with Biochemical and Biophysical Foundations / Mary Luckey. — 2nd ed. — Cambridge University Press, 2014.
8. Аналітичні методи досліджень. Спектроскопічні методи аналізу: теоретичні основи і методики / за ред. акад. НАН України та НААН України Д.О. Мельничука. — К.: ЦП «Компринт», 2016. — 289 с.

Інформаційні ресурси

1. http://amphu.org (Медична фізика в Україні).
2. http://uamedphys.blogspot.com (Книги з медичної фізики).
3. http://iopscience.iop.org/0031-9155 (журнал «Physics in Medicine and Biology»).
4. http://www.mednavigator.net (медична пошукова система).
5. https://physicsworld.com/c/medical-physics (інформаційні ресурси медичної і біологічної фізики).
6. http://iomnp.org (Міжнародна організація медичної фізики).
7. https://aapm.org/default.asp (сайт Американської асоціації фізиків у медицині).
8. https://aapm.onlinelibrary.wiley.com/journal/24734209 (журнал «Medical Physics»).
9. https://efomp.org (сайт Європейської федерації медичних фізиків).

Лекція № 2

Тема: Основи термодинаміки.

Мета: Подати термодинаміку як узгоджений опис макроскопічних станів і процесів у системах з великою кількістю частинок; ввести основні термодинамічні змінні та рівняння стану; сформулювати нульовий, перший, другий і третій закони; пояснити фізичний зміст внутрішньої енергії, теплоти та роботи; ввести ентропію як центральну величину напрямленості процесів; розглянути типові процеси ідеального газу та базові цикли як еталонні моделі.

Основні поняття: термодинамічна система, оточення, стан, рівновага, параметри стану, температура, тиск, об'єм, кількість речовини, рівняння стану, квазістатичний процес, робота, теплота, внутрішня енергія, теплоємність, ентальпія, ізопроцеси, теплові машини, ККД, холодильник, коефіцієнт перетворення, ентропія, нерівність Клаузіуса, необоротність, третій закон.

Зміст навчального матеріалу з даної теми

Термодинаміка описує системи на макроскопічному рівні, не вдаючись до траєкторій окремих молекул. У центрі стоїть поняття *стану* — сукупності макроскопічних параметрів, які в рівновазі однозначно задають властивості системи. Такий підхід є ефективним тому, що мікроскопічний рівень надто деталізований для прямого опису: замість нього використовують узагальнені величини, що усереднюють поведінку великого ансамблю частинок.

Термодинамічна система, межі та стан

Термодинамічну систему визначають як частину матеріального світу, відокремлену реальною або уявною межею. За характером обміну з оточенням розрізняють:

- ізольовані системи (немає обміну ні енергією, ні речовиною);
- закриті системи (можливий обмін енергією, але не речовиною);
- відкриті системи (можливий обмін і енергією, і речовиною).

Рівноважний стан описується параметрами стану: тиском p, об'ємом V, температурою T, кількістю речовини n, концентрацією тощо. Важлива відмінність між *функціями стану* та *процесними величинами*. Функції стану залежать лише від стану (наприклад, U, H, S), тоді як теплота Q і робота A визначаються шляхом процесу і не є функціями стану.

Нульовий закон і температура

Нульовий закон вводить температуру як параметр, що характеризує теплову рівновагу. Якщо система A перебуває в тепловій рівновазі з системою B, а B — з C, то A перебуває в тепловій рівновазі з C. Це дозволяє ввести єдину шкалу температури як скалярну величину, що вирівнюється при тепловому контакті.

Рівняння стану ідеального газу як еталонна модель

Для ідеального газу зв'язок між основними параметрами задається рівнянням стану

$$pV = nRT,$$

де R — універсальна газова стала, n — кількість речовини. Еквівалентно можна писати

$$pV = Nk_{\mathrm{B}}T,$$

де N — число частинок, k_{B} — стала Больцмана. Ця модель є базовою не тому, що всі гази ідеальні, а тому, що вона чітко демонструє структуру зв'язків між макровеличинами і дозволяє аналітично описувати типові процеси.

Робота в квазістатичному процесі

Робота газу при квазістатичній зміні об'єму визначається як

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\, dV.$$

Геометрично це площа під кривою $p(V)$ на діаграмі p–V. Знак роботи визначається напрямком процесу: при розширенні ($V_2 > V_1$) газ виконує додатну роботу над оточенням, при стисканні — робота виконується над газом.

Перший закон термодинаміки

Перший закон є законом збереження енергії в термодинамічній формі. Зміна внутрішньої енергії U дорівнює сумі підведеної теплоти Q та роботи, виконаної над системою. У поширеній домовленості, де A — робота, виконана *системою*, запис має вигляд

$$\Delta U = Q - A.$$

Якщо використовується домовленість, де робота A_{on} виконується *над системою*, то

$$\Delta U = Q + A_{\mathrm{on}}, \qquad A_{\mathrm{on}} = -A.$$

У подальшому зручно тримати одну домовленість послідовно, щоб уникати плутанини зі знаками.

Внутрішня енергія U є функцією стану. Для ідеального газу внутрішня енергія залежить лише від температури:

$$U = U(T), \qquad \Delta U = nC_V \Delta T,$$

де C_V — молярна теплоємність при сталому об'ємі.

Теплоємність і теплообмін

Теплоємність визначають як відношення підведеної теплоти до зміни температури у певних умовах. Молярні теплоємності:

$$C_V = \frac{1}{n}\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_V, \qquad C_p = \frac{1}{n}\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_p.$$

Для ізохорного процесу ($V = \mathrm{const}$) робота $A = 0$, тому з першого закону випливає

$$Q_V = \Delta U = nC_V \Delta T.$$

Для ізобарного процесу ($p = \mathrm{const}$) робота

$$A = p\Delta V,$$

а теплота

$$Q_p = \Delta U + A = nC_V \Delta T + p\Delta V.$$

Це підводить до природного введення ентальпії.

Ентальпія

Ентальпію H визначають як

$$H = U + pV.$$

Диференціал для квазістатичних змін:

$$dH = dU + pdV + V\,dp.$$

Для ізобарного процесу ($dp = 0$) маємо

$$dH = dU + pdV.$$

Порівняння з першим законом показує, що при сталому тиску підведена теплота дорівнює зміні ентальпії:

$$Q_p = \Delta H.$$

Для ідеального газу

$$\Delta H = nC_p\Delta T.$$

Типові процеси ідеального газу

Опис основних процесів формує «мову» термодинаміки, бо майже будь-який реальний процес можна наближено подати як комбінацію цих еталонних випадків.

Ізотермічний процес ($T = \text{const}$). Для ідеального газу

$$pV = \text{const}.$$

Оскільки $\Delta T = 0$, то $\Delta U = 0$, і з першого закону маємо $Q = A$. Робота:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}\,dV = nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

Отже,

$$Q = nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

Ізохорний процес ($V = \text{const}$). Робота $A = 0$, тому

$$Q = \Delta U = nC_V\Delta T.$$

Ізобарний процес ($p = \text{const}$). Робота $A = p(V_2 - V_1)$, а теплота

$$Q = \Delta H = nC_p\Delta T.$$

Адіабатичний процес ($Q = 0$). Тоді

$$\Delta U = -A.$$

Для оборотної адіабати ідеального газу виконуються співвідношення

$$pV^\gamma = \text{const}, \qquad TV^{\gamma-1} = \text{const},$$

де

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}.$$

Робота в оборотній адіабаті:

$$A = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1}.$$

Другий закон термодинаміки і ентропія

Перший закон описує баланс енергії, але не задає напрямленості процесів. Другий закон вводить ентропію S і формалізує необоротність.

Ентропію визначають через оборотний теплообмін:

$$dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}.$$

Для скінченної зміни в оборотному процесі:

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}.$$

Другий закон у формі нерівності Клаузіуса стверджує, що для будь-якого циклу

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0,$$

де рівність виконується лише для оборотних циклів.

Для ізольованої системи другий закон формулюється як умова зростання ентропії:

$$\Delta S \geq 0,$$

причому $\Delta S = 0$ для оборотних процесів, а $\Delta S > 0$ для необоротних.

Для ідеального газу зміна ентропії між двома станами може бути записана як

$$\Delta S = nC_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right),$$

або, еквівалентно,

$$\Delta S = nC_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - nR \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right).$$

Ці формули важливі тим, що виражають ентропію як функцію стану через вимірювані параметри.

Теплові машини та межа ефективності

Теплова машина працює між нагрівачем з температурою T_h та холодильником з температурою T_c, отримуючи теплоту Q_h і віддаючи Q_c. Робота за цикл:

$$A = Q_h - Q_c.$$

ККД визначають як

$$\eta = \frac{A}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h}.$$

Для оборотної машини Карно

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h},$$

тому максимальний можливий ККД при заданих температурах:

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_c}{T_h}.$$

Цей результат не залежить від конкретної конструкції машини і відображає фундаментальну межу, накладену другим законом.

Для холодильника вводять коефіцієнт перетворення (холодильний коефіцієнт)

$$\varepsilon = \frac{Q_c}{A}.$$

Для оборотного холодильника Карно

$$\varepsilon_{\max} = \frac{T_c}{T_h - T_c}.$$

Третій закон термодинаміки

Третій закон формулює поведінку ентропії при наближенні до абсолютного нуля температури. У поширеній формі: ентропія ідеального кристала при $T \to 0$ прямує до нуля:

$$\lim_{T \to 0} S(T) = 0.$$

Практичний зміст полягає в тому, що досягнення $T = 0$ скінченною кількістю термодинамічних операцій неможливе, а також що при низьких температурах теплоємності та ентропійні зміни мають специфічні обмеження.

Смислові акценти для підсумку

Термодинамічний опис замінює мікроскопічну складність макроскопічними параметрами стану. Перший закон встановлює енергетичний баланс через внутрішню енергію, теплоту і роботу. Другий закон вводить ентропію і задає напрямленість процесів та фундаментальні межі перетворення теплоти в роботу. Рівняння стану ідеального газу та еталонні процеси (ізотермічний, ізохорний, ізобарний, адіабатичний) формують базовий набір моделей для опису реальних систем. Поняття ентальпії природно виникає в процесах при сталому тиску, а машина Карно задає універсальну межу ККД.

Перелік навчально-методичної літератури

Основна

1. Медична та біологічна фізика: підручник для студ. вищих мед. (фарм.) навч. заклад. / [О.В. Чалий, Я.В. Цехмістер, Б.Т. Агапов та ін.]; за ред. проф. О.В. Чалого. — Вид. 2-ге. — Вінниця: Нова Книга, 2017. — 528 с. — ISBN 978-966-382-608-0.
2. Physics in Biology and Medicine / Paul Davidovits. — 5th ed. — Academic Press (Elsevier), 2018. — ISBN 9780128137718.
3. Радіологія: підручник / С.Ю. Кравчук. — [Видавництво «Медицина»], 2019. — 296 с. — ISBN 978-617-505-744-5.

Додаткова

1. Медична та біологічна фізика: навч. посіб. / [В.П. Марценюк та ін.]. — Тернопіль: ТДМУ, 2012. — 303 с. — ISBN 978-966-673-193-0.
2. Медична фізика: Підручник. Т. 1. Динамічні і статистичні моделі / Л.А. Булаваін, Л.Г. Гречко, Л.Б. Лерман, А.В. Чалий; за ред. Л.А. Булаваіна. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2011. — 478 с.
3. Медична фізика: Підручник. Т. 2. Експеримент у медичній фізиці / Л.А. Булаваін, О.Ю. Актан, Ю.Ф. Забашта та ін.; за ред. Л.А. Булаваіна. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2011. — 312 с.

4. Тарновська А.В. Практикум з біофізики: навч. посіб. / А.В. Тарновська, М.Б. Галан, Н.П. Головчак, М.В. Бура, Д.І. Санагурський. — Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. — 182 с.
5. Intermediate Physics for Medicine and Biology / Russell K. Hobbie, Bradley J. Roth. — 5th ed. — Springer, 2015. — ISBN 978-3-319-12681-4.
6. Biophysics: An Introduction / Roland Glaser. — Springer, 2012.
7. Membrane Structural Biology with Biochemical and Biophysical Foundations / Mary Luckey. — 2nd ed. — Cambridge University Press, 2014.
8. Аналітичні методи досліджень. Спектроскопічні методи аналізу: теоретичні основи і методики / за ред. акад. НАН України та НААН України Д.О. Мельничука. — К.: ЦП «Компринт», 2016. — 289 с.

Інформаційні ресурси

1. http://amphu.org (Медична фізика в Україні).
2. http://uamedphys.blogspot.com (Книги з медичної фізики).
3. http://iopscience.iop.org/0031-9155 (журнал «Physics in Medicine and Biology»).
4. http://www.mednavigator.net (медична пошукова система).
5. https://physicsworld.com/c/medical-physics (інформаційні ресурси медичної і біологічної фізики).
6. http://iomnp.org (Міжнародна організація медичної фізики).
7. https://aapm.org/default.asp (сайт Американської асоціації фізиків у медицині).
8. https://aapm.onlinelibrary.wiley.com/journal/24734209 (журнал «Medical Physics»).
9. https://efomp.org (сайт Європейської федерації медичних фізиків).

Лекція № 3

Тема: Електричне поле. Електричний струм. Біопотенціали.

Мета: Подати електростатику і струм як узгоджений опис взаємодії зарядів, переносу заряду та перетворення енергії в електричних колах і провідних середовищах; ввести базові величини електричного поля, потенціалу, напруги та ємності; сформулювати закони Ома і Джоуля–Ленца, а також модель провідності в об'ємі; побудувати міст до біоелектрики через іонну провідність, мембрану як електричний елемент, рівноважні потенціали та механізми генерації й реєстрації біопотенціалів.

Основні поняття: електричний заряд, закон Кулона, електричне поле, напруженість $\mathbf{E}$, потенціал φ, напруга U, робота поля, суперпозиція, потік Φ_E, закон Гауса (якісно), диполь, поляризація (якісно), провідник і діелектрик, струм I, густина струму $\mathbf{j}$, питомий опір ρ, провідність σ, закон Ома (ділянки та повного кола), ЕРС $\mathcal{E}$, внутрішній опір, потужність P, закон Джоуля–Ленца, ємність C, конденсатор, RC-ланцюг, іонна провідність, мембранний потенціал спокою, рівноважний потенціал (Нернста), рівняння Гольдмана (якісно і формульно), потенціал дії (якісно), електрокардіограма (якісно), електроенцефалограма (якісно), електроміограма (якісно).

Зміст навчального матеріалу з даної теми

Електричні явища описуються через поняття заряду і поля. У макроскопічній фізиці зручно відокремлювати два режими: *електростатика*, де заряди нерухомі або перерозподіляються так повільно, що поле в кожен момент близьке до стаціонарного, та *електричний струм*, де відбувається впорядкований перенос заряду в провідниках і середовищах. Біоелектрика логічно входить у цю рамку: живі тканини є електролітами з іонною провідністю, а клітинна мембрана є тонким діелектричним шаром, що розділяє два провідні розчини. Звідси випливає природна модель біопотенціалів як потенціалів, що виникають на межі середовищ та підтримуються іонними градієнтами і селективною проникністю мембрани.

Електричний заряд і закон Кулона

Електричний заряд q є мірою здатності тіл вступати в електричну взаємодію. Для двох точкових зарядів q_1 і q_2, розділених відстанню r, сила взаємодії визначається законом Кулона:

$$F = k\,\frac{|q_1 q_2|}{r^2}, \qquad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.$$

У векторній формі сила, що діє на заряд q_2 з боку q_1,

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}},$$

де $\hat{\mathbf{r}}$ — одиничний вектор уздовж лінії, що з'єднує заряди.

Електричне поле і напруженість

Електричне поле вводиться як форма існування електричної взаємодії в просторі. Напруженість поля $\mathbf{E}$ визначається як сила, що діє на одиничний позитивний пробний заряд:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}.$$

Поле точкового заряду q:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}.$$

Принцип суперпозиції означає, що поле від кількох джерел дорівнює векторній сумі:

$$\mathbf{E} = \sum_i \mathbf{E}_i.$$

Потенціал і напруга

Для електростатичного поля вводять скалярний потенціал φ, пов'язаний із роботою сил поля. Потенціал визначають як енергію одиничного заряду:

$$\varphi = \frac{W}{q}.$$

Різниця потенціалів (напруга) між двома точками 1 і 2:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Робота електричного поля при перенесенні заряду q між цими точками:

$$A = qU_{12}.$$

Для точкового заряду потенціал:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{r}.$$

Зв'язок між потенціалом і напруженістю в електростатиці:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi.$$

У одновимірному випадку вздовж осі x:

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}.$$

Потік поля і закон Гауса (структурно)

Потік напруженості через замкнену поверхню S задають як

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}.$$

Закон Гауса пов'язує потік із зарядом, замкненим усередині:

$$\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} = \frac{q_{\text{in}}}{\varepsilon_0}.$$

Це твердження є компактним способом опису того, як заряди є джерелами електричного поля.

Ємність і конденсатор

Якщо два провідники розділені діелектриком, вони можуть накопичувати заряд при заданій напрузі. Ємність визначають як

$$C = \frac{q}{U}.$$

Енергія електричного поля, накопичена в конденсаторі:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Ці співвідношення є базовими для переходу до мембрани як електричного елемента: мембрана має властивості тонкого діелектрика, а внутрішнє і зовнішнє середовища клітини — провідних електролітів.

Електричний струм і густина струму

Електричний струм I визначають як швидкість переносу заряду через поперечний переріз:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Густина струму $\mathbf{j}$ — це струм, віднесений до площі перерізу:

$$\mathbf{j} = \frac{dI}{dS}\,\hat{\mathbf{n}},$$

а для однорідного випадку

$$j = \frac{I}{S}.$$

У провідному середовищі (метал, електроліт, тканина) струм зумовлюється рухом носіїв у полі $\mathbf{E}$. У лінійному режимі встановлюється співвідношення провідності:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E},$$

де σ — електропровідність. Питомий опір ρ є оберненою величиною:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}.$$

Закон Ома

Для ділянки кола закон Ома:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Опір однорідного провідника довжини l і площі перерізу S:

$$R = \rho\,\frac{l}{S}.$$

В об'ємній формі, що особливо природна для тканин і електролітів, закон Ома набуває вигляду

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{j}.$$

Для повного кола з джерелом ЕРС $\mathcal{E}$ та внутрішнім опором r:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \qquad U = IR.$$

Потужність і теплова дія струму

Електрична потужність на ділянці кола:

$$P = UI.$$

Із закону Ома випливають еквівалентні форми:

$$P = I^2R, \qquad P = \frac{U^2}{R}.$$

Кількість теплоти, що виділяється за час t (закон Джоуля–Ленца):

$$Q = I^2Rt = UIt = \frac{U^2}{R}t.$$

У провідних середовищах цей ефект описує перетворення електричної енергії на теплову (джоулеве нагрівання).

RC-ланцюг як еталонний процес релаксації

Якщо конденсатор C заряджається через резистор R від джерела напруги U_0, заряд $q(t)$ і напруга на конденсаторі $U_C(t)$ змінюються за експоненціальним законом:

$$q(t) = CU_0\left(1 - e^{-t/RC}\right), \qquad U_C(t) = U_0\left(1 - e^{-t/RC}\right).$$

При розрядці:

$$q(t) = q_0e^{-t/RC}, \qquad U_C(t) = U_0e^{-t/RC}.$$

Часова стала

$$\tau = RC$$

визначає характерний час, за який система наближається до нового стану. Ця модель є прямим математичним прототипом мембранних процесів у клітині, де мембрана має ємність, а іонні канали дають ефективний опір.

Перехід до біоелектрики: електроліти та мембрана як електричний елемент

Живі тканини є електропровідними переважно через іони в розчинах. На відміну від металів, де носіями є електрони, в електролітах струм переноситься іонами різних знаків. У макроскопічній електродинаміці це не змінює базової форми зв'язку $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$, але змінює фізичний механізм і вводить роль концентраційних градієнтів та мембранної селективності.

Клітинна мембрана — тонкий ліпідний шар — є хорошим діелектриком, що відокремлює два провідні електроліти: внутрішньоклітинний і позаклітинний розчини. Тому мембрану природно моделювати як конденсатор, а іонні канали — як провідні шляхи (резистивні елементи), які можуть відкриватися і закриватися. У найпростішій еквівалентній схемі «пасивної мембрани» маємо паралельне з'єднання ємності C_m і опору R_m. Мембранний потенціал V_m тоді підкоряється рівнянню релаксації типу RC:

$$C_m\frac{dV_m}{dt} + \frac{V_m}{R_m} = I_{\text{ext}}(t),$$

де $I_{\text{ext}}(t)$ — зовнішній струм, що вводиться у систему. Часова стала мембрани:

$$\tau_m = R_mC_m.$$

Це рівняння пояснює, чому мембранний потенціал змінюється не миттєво: ємність задає інерційність у електричному сенсі.

Біопотенціали як потенціали на межі середовищ

Біопотенціали виникають через просту, але фундаментальну комбінацію:

- наявність різних концентрацій іонів по різні боки мембрани;
- селективну проникність мембрани для різних іонів;
- електростатичну рівновагу, що встановлюється між дифузійним переносом і електричним полем.

Якщо мембрана проникна переважно для одного іону (наприклад, для K^+), то встановлюється *рівноважний потенціал* для цього іону — потенціал Нернста. Для іона з валентністю z він має вигляд:

$$E = \frac{RT}{zF} \ln\left(\frac{c_{\text{out}}}{c_{\text{in}}}\right),$$

де c_{out} і c_{in} — концентрації іона зовні та всередині, F — число Фарадея. Знак і величина z визначають, як змінюється потенціал для катіонів і аніонів.

У реальній мембрані є проникність для кількох іонів, тому мембранний потенціал спокою описують узагальненим співвідношенням, яке враховує різні проникності. У спрощеній формі рівняння Гольдмана–Годжкіна–Каца:

$$V_m = \frac{RT}{F} \ln\left(\frac{P_K[K^+]_{\text{out}} + P_{Na}[Na^+]_{\text{out}} + P_{Cl}[Cl^-]_{\text{in}}}{P_K[K^+]_{\text{in}} + P_{Na}[Na^+]_{\text{in}} + P_{Cl}[Cl^-]_{\text{out}}}\right),$$

де P_K, P_{Na}, P_{Cl} — проникності мембрани для відповідних іонів. Формальна асиметрія для хлориду відображає заряд аніона.

Генерація потенціалу дії (якісно з опорою на модель)

Потенціал дії є швидкою зміною $V_m(t)$, що виникає через керовану (залежну від напруги) зміну проникностей іонних каналів. На рівні моделі це означає, що R_m і навіть ефективні «джерела» в рівнянні для V_m стають функціями часу і напруги. Узагальнено це можна записати як

$$C_m \frac{dV_m}{dt} + \sum_i g_i(V_m, t)\,(V_m - E_i) = I_{\text{ext}}(t),$$

де g_i — провідності (обернені до опорів) для іонних шляхів, а E_i — відповідні рівноважні потенціали (Нернста). Цей запис уже показує ключову структуру: мембрана як ємність, а іонні канали як керовані провідності, що тягнуть V_m у бік своїх E_i.

Поширення збудження та об'ємні провідники

У тканинах електричний сигнал поширюється не лише вздовж мембрани окремої клітини, а й через об'ємний провідник (позаклітинний простір). Для макроскопічного опису використовують зв'язок $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ у неоднорідному середовищі та рівняння неперервності заряду

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho_q}{\partial t} = 0.$$

У квазістаціонарному режимі (коли накопичення заряду в об'ємі мале) мають наближення

$$\nabla \cdot \mathbf{j} \approx 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla \cdot (\sigma \nabla \varphi) \approx 0,$$

де φ — потенціал у тканині. Саме ця структура лежить під реєстрацією біопотенціалів на поверхні тіла: вимірюється різниця потенціалів, сформована джерелами струму в активних тканинах.

Реєстрація біопотенціалів (структурно)

Електрокардіограма, електроенцефалограма та електроміограма є прикладами реєстрації різниці потенціалів між електродами, що контактують із тілом. На фізичному рівні вимірюється напруга

$$U = \varphi_1 - \varphi_2,$$

а її часові зміни відображають сумарну активність великої кількості клітин, де локальні струми і потенціали складаються в макроскопічний сигнал. У цій рамці центральними є: провідність тканин, геометрія розташування джерел і електродів, а також частотні властивості системи «тіло–електрод–підсилювач», які можна концептуально трактувати як фільтрацію.

Смислові акценти для підсумку

Електричне поле описує взаємодію зарядів через напруженість $\mathbf{E}$ і потенціал φ. Перенос заряду формує струм I і густину струму $\mathbf{j}$, що в лінійному режимі пов'язані з полем законом $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$. Закони Ома та Джоуля–Ленца описують зв'язки між напругою, струмом, опором і тепловиділенням. Мембрана клітини природно моделюється як конденсатор із паралельним іонним опором, що приводить до RC-релаксації мембранного потенціалу. Біопотенціали виникають через іонні градієнти та селективну проникність, що формалізується рівняннями Нернста і Гольдмана. Швидкі зміни проникностей дають потенціал дії, а в об'ємному провіднику тканин потенціали можуть реєструватися електродами як макроскопічні сигнали.

Перелік навчально-методичної літератури

Основна

1. Медична та біологічна фізика: підручник для студ. вищих мед. (фарм.) навч. заклад. / [О.В. Чалий, Я.В. Цехмістер, Б.Т. Агапов та ін.]; за ред. проф. О.В. Чалого. — Вид. 2-ге. — Вінниця: Нова Книга, 2017. — 528 с. — ISBN 978-966-382-608-0.
2. Physics in Biology and Medicine / Paul Davidovits. — 5th ed. — Academic Press (Elsevier), 2018. — ISBN 9780128137718.
3. Радіологія: підручник / С.Ю. Кравчук. — [Видавництво «Медицина»], 2019. — 296 с. — ISBN 978-617-505-744-5.

Додаткова

1. Медична та біологічна фізика: навч. посіб. / [В.П. Марценюк та ін.]. — Тернопіль: ТДМУ, 2012. — 303 с. — ISBN 978-966-673-193-0.
2. Медична фізика: Підручник. Т. 1. Динамічні і статистичні моделі / Л.А. Булаваін, Л.Г. Гречко, Л.Б. Лерман, А.В. Чалий; за ред. Л.А. Булаваіна. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2011. — 478 с.
3. Медична фізика: Підручник. Т. 2. Експеримент у медичній фізиці / Л.А. Булаваін, О.Ю. Актан, Ю.Ф. Забашта та ін.; за ред. Л.А. Булаваіна. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2011. — 312 с.
4. Тарновська А.В. Практикум з біофізики: навч. посіб. / А.В. Тарновська, М.Б. Галан, Н.П. Головчак, М.В. Бура, Д.І. Санагурський. — Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. — 182 с.
5. Intermediate Physics for Medicine and Biology / Russell K. Hobbie, Bradley J. Roth. — 5th ed. — Springer, 2015. — ISBN 978-3-319-12681-4.

6. Biophysics: An Introduction / Roland Glaser. — Springer, 2012.
7. Membrane Structural Biology with Biochemical and Biophysical Foundations / Mary Luckey. — 2nd ed. — Cambridge University Press, 2014.
8. Аналітичні методи досліджень. Спектроскопічні методи аналізу: теоретичні основи і методики / за ред. акад. НАН України та НААН України Д.О. Мельничука. — К.: ЦП «Компринт», 2016. — 289 с.

Інформаційні ресурси

1. http://amphu.org (Медична фізика в Україні).
2. http://uamedphys.blogspot.com (Книги з медичної фізики).
3. http://iopscience.iop.org/0031-9155 (журнал «Physics in Medicine and Biology»).
4. http://www.mednavigator.net (медична пошукова система).
5. https://physicsworld.com/c/medical-physics (інформаційні ресурси медичної і біологічної фізики).
6. http://iomnp.org (Міжнародна організація медичної фізики).
7. https://aapm.org/default.asp (сайт Американської асоціації фізиків у медицині).
8. https://aapm.onlinelibrary.wiley.com/journal/24734209 (журнал «Medical Physics»).
9. https://efomp.org (сайт Європейської федерації медичних фізиків).

Лекція № 4

Тема: Хвильова оптика.

Мета: Подати світло як хвильовий процес і ввести поняття когерентності; сформулювати принцип Гюйгенса–Френеля як базову ідею побудови хвильового поля; пояснити інтерференцію та дифракцію як наслідки суперпозиції; вивести умови максимумів і мінімумів для типових схем (подвійна щілина, тонкі плівки, дифракційна ґратка); описати поляризацію як векторну властивість хвилі та дати базові співвідношення для закону Малюса; узгодити хвильовий опис з практичними вимірюваними величинами інтенсивності й контрасту.

Основні поняття: хвильовий фронт, принцип Гюйгенса–Френеля, суперпозиція, когерентність, монохроматичність, фаза, різниця ходу, інтерференція, інтерференційна картина, контраст (видимість) інтерференції, тонкі плівки, фазовий зсув при відбитті, дифракція Фраунгофера (якісно), дифракція Френеля (якісно), дифракція на щілині, дифракційна ґратка, роздільна здатність (якісно), поляризація, лінійна/кругова/еліптична поляризація, поляризатор, аналізатор, закон Малюса.

Зміст навчального матеріалу з даної теми

Хвильова оптика розглядає світло як електромагнітну хвилю та досліджує явища, які не зводяться до геометричної оптики: інтерференцію, дифракцію, поляризацію. У центрі стоїть принцип суперпозиції: якщо в точці простору одночасно присутні кілька хвильових внесків, результуюче поле є їхньою сумою. Саме фазові співвідношення між внесками визначають, чи буде спостерігатися підсилення або послаблення інтенсивності.

Для опису світла як хвилі використовують гармонічну модель, що є зручним еталоном. Реальні світлові поля можуть бути складнішими, але монохроматичні компоненти дозволяють будувати загальну картину, а умови когерентності визначають, коли фазові співвідношення є стабільними в часі.

Гармонічна хвиля, фаза і інтенсивність

Монохроматичне поле можна подати як гармонічну хвилю. У скалярному наближенні (коли поляризацією поки не займаються) зручно писати

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

Тут E_0 — амплітуда, ω — кутова частота, φ — фаза. Цей запис підкреслює, що в часі поле коливається синусоїдно, а фаза визначає «зсув» коливань відносно іншої хвилі.

Інтенсивність світла I пов'язана не з миттєвим значенням поля, а з середнім потоком енергії. Для гармонічного сигналу середнє значення $E^2(t)$ за період пропорційне E_0^2, тому інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди:

$$I \propto E_0^2.$$

Це співвідношення важливе при інтерференції, бо результуюча амплітуда додається як поле, а інтенсивність — як квадрат поля.

Хвильове число, довжина хвилі і зв'язок з частотою

Поширення хвилі в просторі описує фаза $\omega t - kx$, де k — хвильове число. Його визначають як

$$k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

де λ — довжина хвилі. Ця формула означає, що на відстані λ фаза змінюється на 2π, тобто коливання «повторюється» в просторі.

Швидкість поширення хвилі u пов'язує просторову і часову зміну фази:

$$u = \frac{\omega}{k} = \lambda f.$$

Тут $f = \omega/(2\pi)$ — частота. У вакуумі $u = c$, у середовищі $u = c/n$, де n — показник заломлення. Це означає, що при переході в середовище частота, задана джерелом, не змінюється, а змінюється довжина хвилі:

$$\lambda = \frac{u}{f} = \frac{c}{nf}.$$

Когерентність і умова спостережуваності інтерференції

Інтерференція — це стабільне у просторі перерозподілення інтенсивності, яке виникає через додавання хвиль з певною різницею фаз. Для того, щоб картина не «розмивалась» у часі, різниця фаз має бути достатньо сталою. Це і є вимога когерентності. У практичній формі її пов'язують із довжиною когерентності l_c: якщо різниця ходу Δ між двома променями значно перевищує l_c, фаза змінюється випадково і інтерференційні смуги зникають.

Принцип Гюйгенса–Френеля

Принцип Гюйгенса–Френеля є методологічним правилом побудови хвильового поля: кожна точка хвильового фронту розглядається як джерело вторинних сферичних хвиль, а результуюче поле в точці спостереження є їх суперпозицією. У символічному вигляді це означає, що поле в точці P можна уявляти як інтегральну суму внесків:

$$E(P) \sim \int_{\Sigma} E(Q)\, \frac{e^{ikr}}{r}\, d\Sigma,$$

де r — відстань від елемента фронту $d\Sigma$ до точки P. Ця формула не використовується тут для обчислень, але вона пояснює, чому перешкоди, отвори та краї породжують дифракцію: вони змінюють область інтегрування Σ, а отже — структуру суми хвильових внесків.

Інтерференція двох хвиль: загальна формула

Нехай у точці спостереження накладаються дві хвилі однакової частоти:

$$E_1 = E_{01}\cos(\omega t + \varphi_1), \qquad E_2 = E_{02}\cos(\omega t + \varphi_2).$$

Результуюче поле $E = E_1 + E_2$. Інтенсивність пропорційна середньому значенню E^2, тому після усереднення за часом отримують

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi,$$

де $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. Ця формула показує, що інтерференційний доданок визначається косинусом різниці фаз: при $\Delta\varphi = 2\pi m$ має місце максимум, при $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$ — мінімум.

Фазова різниця пов'язана з різницею ходу Δ як

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\,\Delta.$$

Тут Δ — різниця оптичних шляхів двох променів до точки спостереження. У вакуумі Δ збігається з різницею геометричних довжин, у середовищі враховується показник заломлення.

Контраст інтерференції (видимість)

Практично важливим є не лише положення максимумів і мінімумів, а й «наскільки вони виражені». Для цього вводять видимість (контраст) інтерференції:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

Якщо $I_1 = I_2$, тоді $V = 1$, тобто максимальна контрастність. Якщо одна хвиля значно слабша за іншу, інтерференційна картина майже зникає, що узгоджується з тим, що доданок $2\sqrt{I_1 I_2}$ стає малим.

Дослід Юнга (подвійна щілина)

Для двох вузьких щілин на відстані d одна від одної, у далекій зоні (коли екран далеко порівняно з d) різниця ходу до точки під кутом θ наближено дорівнює

$$\Delta = d \sin\theta.$$

Це геометричне наближення означає, що промені від двох щілин приходять під трохи різними кутами, а різниця проєкцій на напрям поширення дає різницю ходу.

Максимуми інтерференції відповідають умові $\Delta = m\lambda$:

$$d \sin\theta = m\lambda, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Мінімуми відповідають $\Delta = (m + 1/2)\lambda$:

$$d \sin\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda.$$

Якщо екран на відстані L, а відхилення y мале (θ малий), то $\sin\theta \approx \tan\theta \approx y/L$, звідси положення максимумів:

$$y_m \approx \frac{m\lambda L}{d}.$$

Ця формула пояснює, чому смуги розсуваються при збільшенні L або λ і стискаються при збільшенні d.

Інтерференція в тонких плівках

Тонка плівка товщини t і показника заломлення n створює два основні відбиті промені: один від верхньої межі, другий після проходження плівки вниз і назад та відбиття від нижньої межі. Різниця оптичного ходу між ними приблизно

$$\Delta \approx 2nt \cos\theta',$$

де θ' — кут у плівці (враховується заломлення). Фізичний зміст у тому, що один промінь проходить додатковий шлях «всередині» плівки.

Окрім геометричного ходу, важливий фазовий зсув при відбитті. При відбитті від межі з більшим показником заломлення виникає додатковий зсув фази на π. Тому умови максимумів і мінімумів у відбитому світлі залежать від того, чи відбувається один або два такі зсуви. У типовій ситуації з одним фазовим зсувом π умова максимуму у відбитому світлі:

$$2nt \cos\theta' = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda,$$

а умова мінімуму:

$$2nt \cos\theta' = m\lambda.$$

Ці формули пояснюють появу інтерференційного забарвлення тонких плівок: для різних λ (різних кольорів) умови максимуму виконуються при різних товщинах і кутах.

Дифракція як наслідок обмеження хвильового фронту

Дифракція — це відхилення від прямолінійного поширення, яке стає помітним, коли розміри отворів або перешкод порівнянні з довжиною хвилі. В термінах принципу Гюйгенса–Френеля це означає, що «сума вторинних хвиль» береться не по всьому фронту, а по обмеженій області, тому амплітуди з різними фазами не повністю компенсуються і виникає складна кутова структура.

Дифракція Фраунгофера на одній щілині

Для щілини ширини a у далекій зоні інтенсивність як функція кута θ має вигляд

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2, \qquad \beta = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta.$$

Тут параметр β є безрозмірною фазовою мірою: він описує, на скільки змінюється фаза хвильових внесків від країв щілини при заданому куті.

Мінімуми дифракційної картини (нульові значення інтенсивності) виникають, коли $\sin \beta = 0$, тобто

$$\beta = m\pi \quad \Rightarrow \quad a \sin \theta = m\lambda, \qquad m = \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Ця умова означає, що різниця ходу між хвильовими внесками від країв щілини дорівнює цілому числу довжин хвилі, і тоді відбувається повне взаємне гасіння.

Дифракційна ґратка

Дифракційна ґратка — це багато щілин з періодом d. Вона дає різко виражені максимуми, бо внески від багатьох щілин додаються у фазі лише при певних кутах. Умова головних максимумів:

$$d \sin \theta = m\lambda, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Фізичний зміст цієї умови у тому, що різниця ходу між сусідніми щілинами дорівнює $m\lambda$, тому всі хвилі приходять у фазі і підсилюють одна одну.

Кутова дисперсія ґратки визначається похідною:

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta}.$$

Ця формула показує, що різні довжини хвиль розходяться під різними кутами, і саме тому ґратка використовується як спектральний елемент.

Поляризація світла

Світло є поперечною електромагнітною хвилею, тому напрям коливань електричного поля $\mathbf{E}$ має фізичний зміст. Поляризація описує, як змінюється цей напрям з часом. Для лінійно поляризованої хвилі вектор $\mathbf{E}$ коливається вздовж фіксованої прямої. Для кругової або еліптичної поляризації кінець вектора $\mathbf{E}$ описує коло або еліпс.

Поляризатор пропускає лише компоненту поля вздовж своєї пропускної осі. Якщо на аналізатор падає лінійно поляризоване світло з інтенсивністю I_0, а кут між поляризацією і віссю аналізатора дорівнює α, то інтенсивність після аналізатора:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha.$$

Це закон Малюса. Він випливає з того, що амплітуда проєктується як $E_0 \cos \alpha$, а інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди.

Смислові акценти для підсумку

Інтерференція і дифракція є прямими наслідками суперпозиції і фазових співвідношень хвильових внесків. Різниця ходу Δ визначає фазову різницю $\Delta\varphi = (2\pi/\lambda)\Delta$, а отже — максимум або мінімум інтенсивності. Принцип Гюйгенса–Френеля пояснює, чому обмеження фронту створює дифракційні картини. Дифракційна щілина дає розподіл $(\sin\beta/\beta)^2$, а ґратка формує вузькі максимуми за умовою $d\sin\theta = m\lambda$. Поляризація відображає векторну природу світла, а закон Малюса дає кількісний зв'язок між кутом і пропущеною інтенсивністю.

Перелік навчально-методичної літератури

Основна

1. Медична та біологічна фізика: підручник для студ. вищих мед. (фарм.) навч. заклад. / [О.В. Чалий, Я.В. Цехмістер, Б.Т. Агапов та ін.]; за ред. проф. О.В. Чалого. — Вид. 2-ге. — Вінниця: Нова Книга, 2017. — 528 с. — ISBN 978-966-382-608-0.
2. Physics in Biology and Medicine / Paul Davidovits. — 5th ed. — Academic Press (Elsevier), 2018. — ISBN 9780128137718.
3. Радіологія: підручник / С.Ю. Кравчук. — [Видавництво «Медицина»], 2019. — 296 с. — ISBN 978-617-505-744-5.

Додаткова

1. Медична та біологічна фізика: навч. посіб. / [В.П. Марценюк та ін.]. — Тернопіль: ТДМУ, 2012. — 303 с. — ISBN 978-966-673-193-0.
2. Медична фізика: Підручник. Т. 1. Динамічні і статистичні моделі / Л.А. Булаваін, Л.Г. Гречко, Л.Б. Лерман, А.В. Чалий; за ред. Л.А. Булаваіна. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2011. — 478 с.
3. Медична фізика: Підручник. Т. 2. Експеримент у медичній фізиці / Л.А. Булаваін, О.Ю. Актан, Ю.Ф. Забашта та ін.; за ред. Л.А. Булаваіна. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2011. — 312 с.
4. Тарновська А.В. Практикум з біофізики: навч. посіб. / А.В. Тарновська, М.Б. Галан, Н.П. Головчак, М.В. Бура, Д.І. Санагурський. — Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. — 182 с.
5. Intermediate Physics for Medicine and Biology / Russell K. Hobbie, Bradley J. Roth. — 5th ed. — Springer, 2015. — ISBN 978-3-319-12681-4.
6. Biophysics: An Introduction / Roland Glaser. — Springer, 2012.
7. Membrane Structural Biology with Biochemical and Biophysical Foundations / Mary Luckey. — 2nd ed. — Cambridge University Press, 2014.
8. Аналітичні методи досліджень. Спектроскопічні методи аналізу: теоретичні основи і методики / за ред. акад. НАН України та НААН України Д.О. Мельничука. — К.: ЦП «Компринт», 2016. — 289 с.

Інформаційні ресурси

1. http://amphu.org (Медична фізика в Україні).
2. http://uamedphys.blogspot.com (Книги з медичної фізики).
3. http://iopscience.iop.org/0031-9155 (журнал «Physics in Medicine and Biology»).
4. http://www.mednavigator.net (медична пошукова система).
5. https://physicsworld.com/c/medical-physics (інформаційні ресурси медичної і біологічної фізики).

6. http://iomnp.org (Міжнародна організація медичної фізики).
7. https://aapm.org/default.asp (сайт Американської асоціації фізиків у медицині).
8. https://aapm.onlinelibrary.wiley.com/journal/24734209 (журнал «Medical Physics»).
9. https://efomp.org (сайт Європейської федерації медичних фізиків).

Лекція № 5

Тема: Рентгенівське випромінювання. Радіоактивність.

Мета: Подати рентгенівське випромінювання як електромагнітне випромінювання високої енергії з визначеними механізмами генерації, спектральними характеристиками та закономірностями взаємодії з речовиною; ввести основні кількісні співвідношення для поглинання і розсіяння та сформувати фізичну основу рентгенодіагностики і рентгенозахисту; далі подати радіоактивність як явище самодовільних ядерних перетворень з експоненційним законом розпаду, типами випромінювання (α, β, γ) та статистичною природою, ввести активність, період напіврозпаду, дозиметричні величини й базові принципи радіаційної безпеки.

Основні поняття: рентгенівське випромінювання, довжина хвилі λ, частота f, енергія фотона E, гальмівне випромінювання, характеристичне випромінювання, закон Дюена–Ханта, трубка Куліджа, анод, катод, напруга U, струм трубки, фільтрація, напівослаблювальний шар (HVL), лінійний коефіцієнт ослаблення μ, масовий коефіцієнт μ/ρ, фотоелектричний ефект, комптонівське розсіяння, утворення пар (якісно), контраст, поглинання, розсіяння, захист; радіоактивність, ядро, нуклід, нестабільність, α-, β^--, β^+-розпад, γ-випромінювання, закон радіоактивного розпаду, стала розпаду λ, активність A, період напіврозпаду $T_{1/2}$, середній час життя τ, ланцюги розпаду, рівновага (якісно), іонізація, еквівалентна доза H, поглинута доза D, потужність дози, радіаційний захист.

Зміст навчального матеріалу з даної теми

Рентгенівське випромінювання та радіоактивність — два фундаментально різні за походженням джерела іонізуючого випромінювання. У першому випадку випромінювання є електромагнітною хвилею, що виникає при гальмуванні швидких електронів або при електронних переходах у атомі. У другому — випромінювання є наслідком перетворень атомних ядер, тобто процесів на ядерному рівні. Спільним є те, що в обох випадках випромінювання переносить значну енергію і здатне іонізувати речовину, а отже потребує кількісного опису взаємодії з матеріалами та чітких принципів безпеки.

Рентгенівське випромінювання як електромагнітне випромінювання

Рентгенівське випромінювання займає ділянку спектра електромагнітних хвиль з малими довжинами хвиль і високими енергіями фотонів. Для будь-якого фотона справджуються співвідношення хвильово-квантового опису:

$$c = \lambda f,$$

що задає зв'язок довжини хвилі λ з частотою f, і

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda},$$

де h — стала Планка. Ці формули важливі тим, що дозволяють переходити від спектральних характеристик (частота, довжина хвилі) до енергетичних, які визначають взаємодію фотонів з речовиною.

Генерація рентгенівського випромінювання в трубці

Класичним джерелом є рентгенівська трубка, де електрони прискорюються електричним полем між катодом і анодом напругою U. Електрон, що пройшов прискорення, набуває кінетичної енергії

$$E_e = eU,$$

де e — елементарний заряд. Ця енергія визначає максимальну енергію фотонів, які можуть виникнути при гальмуванні електрона на аноді.

Рентгенівський спектр має дві складові.

Гальмівне (неперервне) випромінювання виникає через гальмування електронів у полі ядер анода. Максимальна енергія фотона обмежена енергією електрона:

$$E_{\max} = eU.$$

Відповідна мінімальна довжина хвилі визначається законом Дюена–Ханта:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}.$$

Цей закон показує, що підвищення напруги зсуває спектр у бік більш жорсткого випромінювання (менших λ).

Характеристичне випромінювання виникає при вибиванні електрона з внутрішньої оболонки атома анода та наступних електронних переходах, що супроводжуються випромінюванням квантів з дискретними енергіями. Енергія лінії дорівнює різниці енергій рівнів:

$$E_\gamma = E_{n_2} - E_{n_1}.$$

Саме ця формула фіксує «лінійність» спектра: енергії не безперервні, а визначені структурою атома анодного матеріалу.

Інтенсивність пучка та роль параметрів трубки

Інтенсивність рентгенівського пучка залежить від числа електронів, що вдаряються об анод за одиницю часу, тобто від струму трубки I. У грубому якісному наближенні вихід рентгенівського випромінювання зростає зі струмом (більше електронів — більше випромінювання) і зі збільшенням напруги (кожен електрон має більшу енергію). У спектральному сенсі напруга задає «жорсткість» через $\lambda_{\min}$, тоді як струм визначає переважно «кількість» квантів.

Фільтрація (введення поглинальних фільтрів) змінює спектр, переважно прибираючи м'які (низькоенергетичні) кванти. Це зменшує поверхневе поглинання в тканинах і підвищує середню енергію пучка, що важливо для керування дозовим навантаженням та контрастом.

Ослаблення рентгенівського випромінювання в речовині

При проходженні крізь речовину інтенсивність пучка зменшується через поглинання та розсіяння. Макроскопічний закон ослаблення задається експонентою:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x},$$

де I_0 — початкова інтенсивність, x — товщина шару, μ — лінійний коефіцієнт ослаблення. Фізично μ акумулює імовірності взаємодій на одиницю довжини шляху.

Щоб відокремити властивості матеріалу від його густини ρ, використовують масовий коефіцієнт:

$$\frac{\mu}{\rho}.$$

Тоді закон ослаблення можна переписати через масову товщину $m = \rho x$:

$$I = I_0 e^{-(\mu/\rho)\, m}.$$

Такий запис зручний для порівняння різних речовин.

Поширеною практичною характеристикою є *напівослаблювальний шар* $x_{1/2}$, тобто товщина, що зменшує інтенсивність удвічі:

$$\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\mu x_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}.$$

Ця формула показує, що більший μ означає «краще екранування» меншою товщиною.

Механізми взаємодії фотонів з речовиною

У діапазоні енергій рентгенівських фотонів основними механізмами є фотоелектричний ефект і комптонівське розсіяння.

Фотоелектричний ефект означає повне поглинання фотона з вибиванням електрона. Баланс енергії має вигляд

$$E_\gamma = A_{\text{зв}} + E_k,$$

де $A_{\text{зв}}$ — енергія зв'язку електрона в атомі, E_k — його кінетична енергія. Цей механізм дає сильну залежність поглинання від атомного номера, що має прямий зв'язок із контрастом візуалізації.

Комптонівське розсіяння — це непружне розсіяння фотона на слабко зв'язаному електроні, внаслідок чого фотон змінює напрям і втрачає частину енергії. Зміна довжини хвилі описується формулою Комптона:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}\,(1 - \cos\theta),$$

де m_e — маса електрона, θ — кут розсіяння. Ця формула пояснює, чому розсіяні кванти стають «м'якшими» (довша хвиля, менша енергія) і формують розсіяну складову фону.

Радіоактивність як ядерне перетворення

Радіоактивність — самодовільний розпад нестабільних ядер із випромінюванням частинок і/або γ-квантів. Центральний закон — експоненційний закон розпаду, який відображає статистичну природу процесу: кожне ядро має певну імовірність розпаду за одиницю часу.

Нехай $N(t)$ — число нерозпадених ядер у момент часу t. Тоді

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N,$$

де λ — стала розпаду. Розв'язок:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Ця формула означає, що частка нерозпадених ядер зменшується експоненційно, а характерний час задається λ^{-1}.

Активність, період напіврозпаду, середній час життя

Активність A визначається як число розпадів за одиницю часу:

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda N(t) = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Тобто активність також спадає експоненційно, і її миттєве значення пропорційне кількості ще не розпадених ядер.

Період напіврозпаду $T_{1/2}$ визначають як час, за який N зменшується вдвічі:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Ця формула показує, що більший λ відповідає меншому періоду напіврозпаду.

Середній час життя τ визначається як математичне сподівання часу до розпаду:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Співвідношення між τ і $T_{1/2}$ випливає одразу:

$$T_{1/2} = \tau \ln 2.$$

Типи радіоактивного випромінювання

α-розпад — випромінювання ядра гелію ${}^4\mathrm{He}^{2+}$, що зменшує масове число на 4 і зарядове число на 2:

$${}^A_Z X \to {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2\alpha.$$

Цей запис фіксує закон збереження нуклонів і заряду на ядерному рівні.

β^--розпад — перетворення нейтрона на протон з випромінюванням електрона і антинейтрино:

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}.$$

У ядерному записі:

$${}^A_Z X \to {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}.$$

Масове число не змінюється, бо число нуклонів зберігається, змінюється лише зарядове число.

β^+-розпад — перетворення протона на нейтрон з випромінюванням позитрона і нейтрино:

$$p \to n + e^+ + \nu,$$

і відповідно

$${}^A_Z X \to {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu.$$

γ-випромінювання — випуск фотона ядром при переході з збудженого стану в нижчий без зміни A і Z:

$${}^A_Z X^* \to {}^A_Z X + \gamma.$$

Цей процес часто супроводжує α- або β-розпад як «доворот» ядра до основного стану.

Проникна здатність і іонізаційна дія

α-частинки мають велику іонізаційну здатність і малу проникність (швидко гальмуються в речовині). β-частинки мають меншу іонізацію і більшу проникність. γ-кванти мають найбільшу проникність і взаємодіють із речовиною через механізми, аналогічні рентгенівським фотонам (фотоелектричний ефект, Комптон, а при високих енергіях — утворення пар). Кількісно ослаблення γ-випромінювання також описують експоненціальним законом:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x},$$

де μ вже відображає ймовірності саме γ-взаємодій у даній речовині при даній енергії.

Дозиметричні величини (структурно)

Поглинута доза D — це енергія, поглинута одиницею маси:

$$D = \frac{E_{\text{abs}}}{m}.$$

Цей запис визначає «скільки енергії реально залишилось у тканині», незалежно від типу випромінювання.

Еквівалентна доза H враховує різну біологічну ефективність різних типів випромінювання через ваговий коефіцієнт w_R:

$$H = w_R D.$$

Це співвідношення формально фіксує, що однакова поглинута енергія може давати різний ефект залежно від характеру іонізації.

Потужність дози визначається як швидкість зміни дози:

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt}, \qquad \dot{H} = \frac{dH}{dt}.$$

Ці величини потрібні, щоб оцінювати вплив не лише за сумарною дозою, а й за режимом опромінення у часі.

Базові принципи захисту від іонізуючого випромінювання

Фізично ефективний захист спирається на три формальні принципи: зменшення часу, збільшення відстані, екранування. В моделі точкового джерела інтенсивність зменшується з квадратом відстані:

$$I(r) \propto \frac{1}{r^2}.$$

Ця формула є прямим математичним виразом того, що геометричне «розтікання» потоку по сфері збільшує площу як $4\pi r^2$.

Екранування описується експоненційним законом ослаблення:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x},$$

а товщина напівослаблення — як

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}.$$

Ці співвідношення дозволяють якісно і кількісно порівнювати матеріали і товщини екранів.

Смислові акценти для підсумку

Рентгенівське випромінювання є фотонним випромінюванням з енергією $E = hf = hc/\lambda$, що в трубці формується через прискорення електронів ($E_e = eU$) і має неперервну (гальмівну) та лінійну (характеристичну) складові; межа спектра визначається $\lambda_{\min} = hc/(eU)$. Ослаблення в речовині підпорядковується експоненті $I = I_0 e^{-\mu x}$, а напівослаблювальний шар $x_{1/2} = \ln 2/\mu$ є компактною характеристикою екранів. Радіоактивність описується експоненційним законом $N = N_0 e^{-\lambda t}$, активністю $A = \lambda N$, періодом напіврозпаду $T_{1/2} = \ln 2/\lambda$ та типовими схемами α, β, γ-перетворень. Дозиметрія структурується через поглинуту дозу $D = E_{\text{abs}}/m$ та еквівалентну дозу $H = w_R D$, а базова фізика захисту спирається на залежність $I \propto 1/r^2$ і на експоненційне ослаблення в екранах.

Перелік навчально-методичної літератури

Основна

1. Медична та біологічна фізика: підручник для студ. вищих мед. (фарм.) навч. заклад. / [О.В. Чалий, Я.В. Цехмістер, Б.Т. Агапов та ін.]; за ред. проф. О.В. Чалого. — Вид. 2-ге. — Вінниця: Нова Книга, 2017. — 528 с. — ISBN 978-966-382-608-0.
2. Physics in Biology and Medicine / Paul Davidovits. — 5th ed. — Academic Press (Elsevier), 2018. — ISBN 9780128137718.
3. Радіологія: підручник / С.Ю. Кравчук. — [Видавництво «Медицина»], 2019. — 296 с. — ISBN 978-617-505-744-5.

Додаткова

1. Медична та біологічна фізика: навч. посіб. / [В.П. Марценюк та ін.]. — Тернопіль: ТДМУ, 2012. — 303 с. — ISBN 978-966-673-193-0.
2. Медична фізика: Підручник. Т. 1. Динамічні і статистичні моделі / Л.А. Булаваін, Л.Г. Гречко, Л.Б. Лерман, А.В. Чалий; за ред. Л.А. Булаваіна. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2011. — 478 с.
3. Медична фізика: Підручник. Т. 2. Експеримент у медичній фізиці / Л.А. Булаваін, О.Ю. Актан, Ю.Ф. Забашта та ін.; за ред. Л.А. Булаваіна. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2011. — 312 с.
4. Тарновська А.В. Практикум з біофізики: навч. посіб. / А.В. Тарновська, М.Б. Галан, Н.П. Головчак, М.В. Бура, Д.І. Санагурський. — Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. — 182 с.
5. Intermediate Physics for Medicine and Biology / Russell K. Hobbie, Bradley J. Roth. — 5th ed. — Springer, 2015. — ISBN 978-3-319-12681-4.
6. Biophysics: An Introduction / Roland Glaser. — Springer, 2012.
7. Membrane Structural Biology with Biochemical and Biophysical Foundations / Mary Luckey. — 2nd ed. — Cambridge University Press, 2014.
8. Аналітичні методи досліджень. Спектроскопічні методи аналізу: теоретичні основи і методики / за ред. акад. НАН України та НААН України Д.О. Мельничука. — К.: ЦП «Компринт», 2016. — 289 с.

Інформаційні ресурси

1. http://amphu.org (Медична фізика в Україні).
2. http://uamedphys.blogspot.com (Книги з медичної фізики).
3. http://iopscience.iop.org/0031-9155 (журнал «Physics in Medicine and Biology»).
4. http://www.mednavigator.net (медична пошукова система).

5. https://physicsworld.com/c/medical-physics (інформаційні ресурси медичної і біологічної фізики).
6. http://iomnp.org (Міжнародна організація медичної фізики).
7. https://aapm.org/default.asp (сайт Американської асоціації фізиків у медицині).
8. https://aapm.onlinelibrary.wiley.com/journal/24734209 (журнал «Medical Physics»).
9. https://efomp.org (сайт Європейської федерації медичних фізиків).